المحاضرة الثالثة/ اساسيات هيدروليك المياه الجوفية/ج2

5. قانون دارسي Darcy's Law

ان القانون الاساسي الذي يوضح حركة المياه الجوفية قد وضح من قبل العالم دارسي (1856). أجرى العالم دارسي تجربة حيث لاحظ ان كمية الماء الجاري خلال نموذج من الرمل بوحدة الزمن، او ما يمثل معدل الجريان او التصريف، تتناسب طردياً مع الفرق في الشحنة الهيدروليكية للائع عند منطقتي الدخول والخروج خلال نموذج الرمل وهذا الفرق في الشحنة يمثله Δh حيث ان:
($\Delta h = h_1 - h_2$) ، وتتناسب عكسياً مع طول نموذج الرمل ، او ما يمثل طول مسار الجريان. ان هذا التناسب يمكن. توضيحه رياضياً كالاتي:

$$Q = k\frac{\Delta h}{L}A \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(18$$

حيث ان:
Q = معدل الجريان خلال نموذج الرمل (L^3T^{-1})
Δh = التغير في الشحنة (L)
L = طول مسار الجريان (L)
A = مساحة مقطع الانبوب (L^2)
K = الايصالية المائية المشبعة (LT^{-1})

ان Q/A تمثل معدل الجريان او التصريف لوحدة مساحة المقطع وتسمى السرعة الظاهرية apparent velocity وتسمى أحيانا سرعة الجريان المؤثرة effective flow velocity ويمز لها V

$$V = \frac{Q}{A} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(19$$

وهي تمثل معادلة الاستمرارية كما في المعادلة (17).
ان مقدار $\Delta h/L$ يمثل التغير في الشحنة الهيدروليكية لوحدة طول مسار الجريان ويسمى بميل الشحنة الهيدروليكية ويرمز له i، وبالتعويض في معادلة (18) نستنتج قانون دارسي بصيغته البسيطة

$$V = -Ki \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(20$$

ينص قانون دارس على ان السرعة الظاهرية تتناسب طردياً مشتقة الشحنة الهيدروليكية التي باتجاه الجريان، والاشارة السالبة توضح ان الجريان يكون باتجاه الشحنة الهيدروليكية الأقل ويمكن الاستغناء عنها لأنها تخلق مشكلات عند التطبيقات الرياضية. ويسمى ثابت التناسب k بمعامل النفاذية Coefficient of permeability او بالتوصيل الهيدروليكيhydraulic Conductivity .

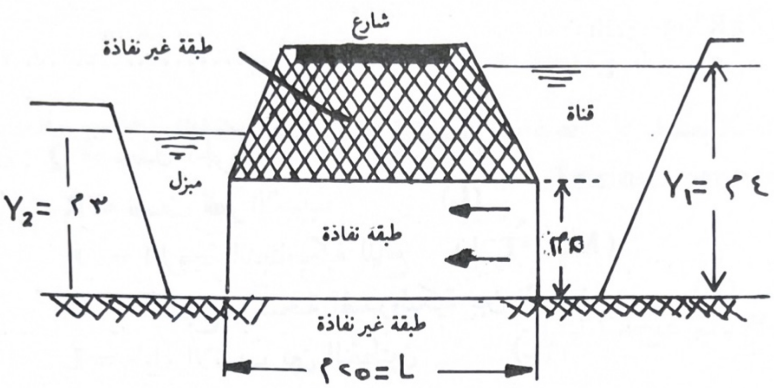
$$V = -Ki$$

أن سرعة الجريان خلال الفراغات المنفردة للتربة تكون أكبر من السرعة الظاهرية التي تمثل سرعة الماء خلال عمود التربة ولا تعاق هذه الحركة بجزيئات صلبة. تمثل السرعة الحقيقية للماء، Va، كالاتي:

$$\boldsymbol{V_a = \frac{Q}{nA} = \frac{V}{n}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \boldsymbol{(21}$$

حيث ان n تمثل مسامية التربة، وعندما تكون قيمتها اقل من 1، فيلاحظ دائماً ان السرعة الحقيقية للماء اكبر من السرعة الظاهرية.
ان قانون دارسي يصح استخدامه في حالة الترب التي يتحرك خلالها الماء الجوفي بسرعة قليلة وتكون فجواتها من الصغر مما يجعل الجريان رقائقياً او طباقياً.

مثال:
يوضح الشكل ادناه إتجاه حركة مياه الرشح في القناة الى المبزل عبر التربة النفاذة الواقعة تحت الطريق التي يكون معامل التوصيل الهيدروليكي لها مساوياً الى ($0.4\ m.day^{-1}$). احسب سرعة الجريان، إذا فرض ان مساحة مقطع الجريان ($2\ m.L^{-1}$) وكان طول المبزل (500 m) اوجد مقدار التصريف المار في المبزل؟



الحل

$$V = ki$$
$$V = 0.4\ \frac{4-3}{25} = 0.016\,\frac{m}{day}$$
$$Q = A.V$$
$$Q = 0.016\ .2\,.500 = 16\,m^3/day$$

هناك عاملان يؤثران على قانون دارسي

1.5. ثابت التناسب k في قانون دارسي

ان ثابت التناسب كي في قانون دارسي V=ki يمثل سرعة الجريان الظاهرية عندما يكون الميل الهيدروليكية وحدة واحدة. ويطلق عليه أيضا التوصيل الهيدروليكي أو معامل النفاذية ويعتمد على صفات المائع (الماء الجوفي) والوسط المسامي الذي يتحرك خلاله الماء في التربة.

يمكن مقارنة حركة الماء الجوفي خلال فراغات التربة بحركة المائع خلال أنبوب دائري ضيق نصف قطره R. وفي حالة الجريان الرقائقي داخل الأنبوب، يمكن التعبير عن تصريف بالعلاقة الموضحة أدناه بمعادلة Hagen-Poiseuille

$$Q = \frac{\eta R^4 \rho g}{8\eta} \cdot \frac{\Delta h}{L} \quad \ldots\ldots (22$$

حيث ان:

Q = معدل الجريان (L^3T^{-1})

R = نصف قطر الانبوب (L)

η = اللزوجة الديناميكية للمائع ($ML^{-1}T^{-1}$)

Δh = التغير بالشحنة الهيدروليكية بين نقطتين (L)

g = التعجيل الأرضي (LT^{-1})

ρ = كثافة المائع (ML^{-3})

2.5. تأثير درجة الحرارة

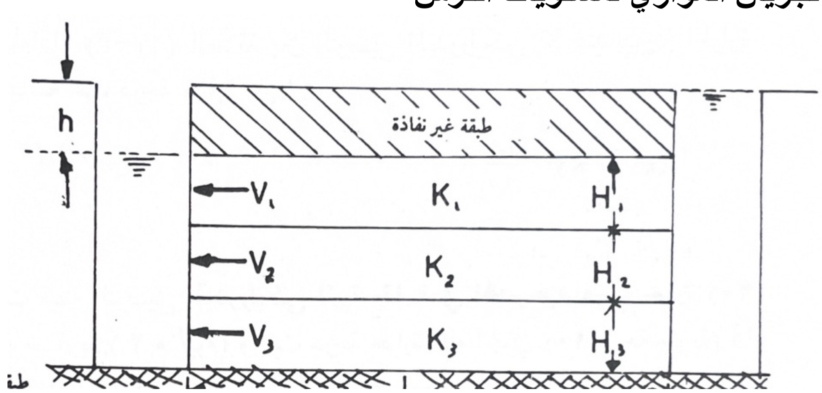
تتغير قيم الكثافة واللزوجة تحت تأثير درجة الحرارة في بعض الأحيان يهمل تأثير درجة الحرارة على الكثافة ولكن لا يهمل تأثير درجة الحرارة على اللزوجة لأنه يظهر على قيم التوصيل الهيدروليكي، كما في المعادلة التالية:

$$Kx^o = Ky^o \frac{\eta_{y^o}}{\eta_{x^o}} \quad \ldots\ldots (23$$

ظاهرة التطبق Stratification

إذا كانت التربة متكونة من ترسبات طبيعية فيظهر اختلاف وتفاوت كبير في معد النفاذية سواء كانت عمودية او موازية لمستوى الفرشBedding

الجريان الموازي لمستويات الفرش

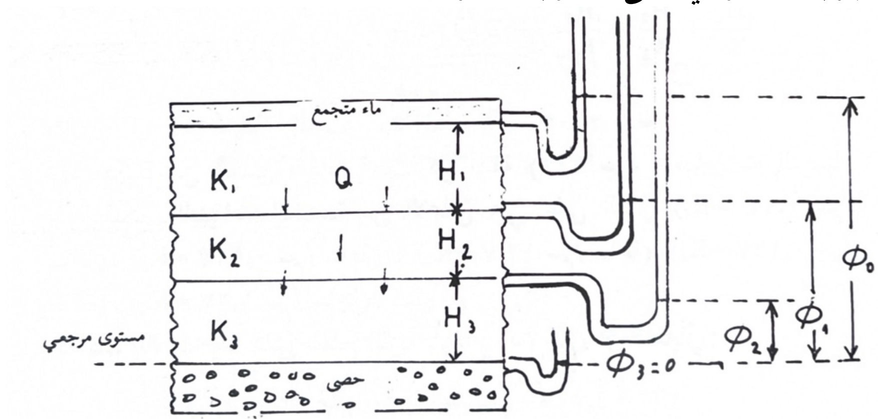


وتحسب من خلال

$$\boldsymbol{Kh = \frac{K_1H_1 + K_2H_2 + K_3H_3}{H_1 + H_2 + H_3} = \frac{\sum KH}{\sum H}} \quad \ldots\ldots (23)$$

ويسمى معامل KH لكل طبقة بمعامل الامرار Transmissivity

الجريان العمودي على مستويات الفرش



ويحسب من خلال

$$\boldsymbol{K_e = \frac{H_1 + H_2 + H_3}{\frac{H_1}{K_1} + \frac{H_2}{K_2} + \frac{H_3}{K_3}} = \frac{\sum H}{\sum \frac{H}{K}}} \quad \ldots\ldots (24)$$

مثال:

تربة متكون من خمس طبقات سمك كل طبقة 100 cm وكانت الايصالية المائية لكل طبقة كالاتي:

K_1 = 1.27 cm\h, K_2 = 0.127 cm\h, K_3 = 12.7 cm\h, K_4 = 0.127 cm\h, K_5 = 1.27 cm\h.

اذا كان الماء متجمعا على سطح التربة بارتفاع 25 cm لوجد ما يلي:

1. معامل النفاذية العمودية والمازية لمستويات الفرش
2. مقدار التصريف المار بالطبقة الحصوية الواقعة تحت الطبقات الخمسة

1. $K_e = \frac{\sum H}{\sum \frac{H}{K}}$

$$K_e = \frac{100\ .5}{\frac{100}{1.27} + \frac{100}{0.127} + \frac{100}{1.27} + \frac{100}{0.127} + \frac{100}{1.27}} = 0.288\,\frac{cm}{hour}$$

2. $Kh = \frac{\sum KH}{\sum H}$

$$K_h = \frac{1.27 + 0.127 + 1.27 + 0.127 + 1.27}{5} = 3.1\,\frac{cm}{hour}$$